

## Формула Планка

Для устранения “ультрафиолетовой катастрофы” Планк предположил, что атомы (осцилляторы) излучают и поглощают энергию не непрерывно, как это предполагалось в классической теории излучения, а дискретно, порциями, квантами (в 1905 году Эйнштейн при объяснении законов фотоэффекта обобщил гипотезу Планка: излученная атомами энергия распространяется в пространстве в виде локализованных образований, получивших в 1927 году “имя” - фотоны). Порция излучения пропорциональна частоте излучения, ее наименьшая величина равна:

$$E = hn, \quad (82)$$

где коэффициент пропорциональности  $h$  впоследствии получил название “постоянная Планка”.

Исходя из дискретности изменения энергии осциллятора, выведем новое выражение для средней энергии излучения. Если в классической теории статистический интеграл являлся именно интегралом в силу непрерывности излучения (поглощения), то в теории Планка его необходимо заменить суммой, что автоматически учтет новый характер изменения энергетических состояний осциллятора:

$$Z = \sum_0^{\infty} \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right), \quad (83)$$

где

$$E_n = n hn. \quad (84)$$

Произведем расчет статистической суммы (83):

$$Z = \sum_0^{\infty} \exp\left(-\frac{nhn}{kT}\right) = 1 + \exp\left(-\frac{hn}{kT}\right) + \exp\left(-\frac{2hn}{kT}\right) + \dots$$

Но развернув статистическую сумму, мы получили сумму членов бесконечной геометрической прогрессии, у которой первый член  $a_0 = 1$ , а знаменатель прогрессии

$$q = \exp\left(-\frac{hn}{kT}\right)$$

Известно, что сумма членов бесконечной геометрической прогрессии равна  $a_0 / 1 - q$ .

Итак,

$$Z = \sum_0^{\infty} \exp\left(-\frac{nhn}{kT}\right) = \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{hn}{kT}\right)}. \quad (85)$$

Далее воспользуемся формулой для расчета среднего значения энергии (35\*). Мы ее получили, когда статистический интеграл представлялся именно интегралом. Но можно показать, что полученная формула справедлива и при  $Z$ , взятом в виде суммы(83):

$$\bar{E} = \Theta^2 \frac{\partial}{\partial \Theta} \ln Z. \quad (35^*)$$

Составим

$$\ln Z = -\ln \left[ 1 - \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \right].$$

Далее от этого выражения возьмем производную по статистической температуре :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \Theta} \ln Z &= -\frac{\partial}{\partial \Theta} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) \right] = -\frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{E}{kT}\right)} \cdot \\ &\cdot \frac{\partial}{\partial \Theta} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) \right] = (-1)(-1) \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{E}{kT}\right)} \cdot \\ &\cdot \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(-\frac{hn}{\Theta}\right) = \frac{hn}{\Theta^2} \left( \exp \frac{hn}{kT} - 1 \right) \end{aligned}$$

Итак,

$$\bar{E} = \frac{hn}{\exp \frac{hn}{kT} - 1}. \quad (86)$$

*Формула (86) носит имя формулы Планка.* Эта формула является квантовым аналогом классической теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы.

Прежде чем устранять “ультрафиолетовую катастрофу”, проверим выполнимость принципа соответствия, согласно которому всякая бо-

лее общая физическая теория должна при определенных условиях переходить в предшествующую теорию. Так что мы сейчас установим границы применимости классической теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы.

Действительно, если показатель степени экспоненты в формуле (86) во много раз меньше единицы

$$hn / kT \ll 1, \quad (87)$$

то экспоненту можно разложить в ряд Тейлора и ограничиться первыми двумя членами:

$$\bar{E} \approx \frac{hn}{1 + \frac{hn}{kT} - 1} = kT.$$

Мы получили классическую теорему для средней энергии гармонического осциллятора.

Но условие (87) можно толковать двояко:

1. Либо  $hn \ll kT$ , 2. Либо  $kT \gg hn$ .

Первый подход предполагает, что энергия квантов во много раз меньше энергии колебательных движений структурных частиц, при этом не требуется, чтобы температура была высокой (по сравнению с “комнатной” температурой, для которой формировалась классическая теория). При втором же подходе предполагается, что среда находится при высокой температуре (превышающей “комнатную” температуру), при этом не требуется малость энергии квантов.

Перейдем к основной задаче – устранению “ультрафиолетовой катастрофы”. Вместо формул (80) и (81) мы должны написать:

$$u_n = \frac{8p}{c^3} \int_0^{\infty} \frac{hn}{\exp \frac{hn}{kT} - 1} n^2 dn. \quad (88)$$

Основной вклад в подынтегральное выражение вносит экспонента, что автоматически устраняет расходимость на верхнем пределе и, тем самым, устраняется причина “ультрафиолетовой катастрофы”.

Покажем, что формула (88) содержит и другие законы излучения нагретых тел.

Одним из недостатков формулы (81) было то, что она теоретически не подтверждала экспериментально установленный закон Стефана – Больцмана о пропорциональности энергии излучения четвертой степени абсолютной температуре. Покажем, что формула (88) приводит к этому закону..

Для преобразования формулы (88) введем новую переменную:

$$x = \frac{hn}{kT} \rightarrow n = \frac{kT}{h} x \rightarrow dn = \frac{kT}{h} dx \rightarrow n^3 = \left(\frac{kT}{h}\right)^3 x^3.$$

Тогда формула (88) принимает вид:

$$u(T) = \frac{8p}{c^3} \int_0^{\infty} \frac{h \left(\frac{kT}{h}\right)^3 x^3}{\exp(x) - 1} \left(\frac{kT}{h}\right) dx = sT^4, \quad (89)$$

где постоянная величина  $s$  - постоянная Стефана – Больцмана выражается через постоянные величины и табличное значение несобственного интеграла:

$$s = \frac{8p}{c^3} h \left(\frac{k}{h}\right)^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3}{\exp(x) - 1} dx. \quad (90)$$

Если от подынтегрального выражения в формуле (88) составить условие экстремума (производную по частоте приравнять к нулю), то (после перехода от частоты к длине волны) мы получим закон Вина:

$$I_{\text{в максимуме}} T = \text{Const}. \quad (91)$$

## Энергоемкость\* твердых тел. Теория Эйнштейна

Энергоемкость является одной из важнейших физических характеристик вещества, так как она связана с энергией, которую нужно сообщить телу, чтобы изменить его температуру на один градус. Знание этой величины в практическом плане позволяет рассчитать затраты топлива в процессах нагревания, плавления, испарения и других фазовых переходах 1-го рода. В теоретическом плане знание энергоемкости позволяет рассчитать энергию связи структурных частиц вещества, откуда непосредственно следует возможность предсказания его энергетических свойств.

Впервые экспериментально энергоемкость тел была определена в 1818 г. французскими физиками Дюлонгом и Пти. Они установили, что

---

\*Название “энергоемкость” впервые введено нами в Части I данного курса “Термодинамика”. Там же дается обоснование замены устаревшего и ныне не физического понятия “теплоемкость” в силу его генетической связи с мифическим теплородом, отвергнутым наукой еще в середине XIX века.

у исследованных ими веществ при комнатных температурах энергоемкость остается постоянной в интервале “комнатных” температур. Теоретически этот закон был обоснован в молекулярно – кинетической теории на основе теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Действительно, если на каждую степень свободы в сред-

нем приходится энергии  $\frac{1}{2}kT$ , то у одного моля частиц (идеального газа) внутренняя энергия равна

$$3/2kT N_0 = 3/2R T,$$

где  $R = kN_0$  - универсальная газовая постоянная. Согласно определению энергоемкости

$$C = \frac{\partial \bar{E}}{\partial T} = 3/2R = Const.$$

При рассмотрении энергоемкости одноатомных твердых тел нужно учитывать, что структурные частицы твердого тела обладают не только кинетической энергией колебательного движения около положений равновесия, но, взаимодействуя друг с другом, имеют и потенциальную составляющую внутренней энергии. Поэтому у одноатомных твердых тел на каждую степень свободы в среднем приходится энергии  $kT$ . В случае многоатомных структурных частиц необходимо учитывать еще дополнительные степени свободы (колебательные внутри сложных частиц и их вращательные движения как целых). Во всех этих случаях энергоемкость в пределах комнатных температур остается постоянной.

В конце XIX века экспериментально было установлено, что при понижении температуры энергоемкость твердых тел убывает пропорционально  $T^3$ . Эта закономерность получила название *закона Дебая*. Одновременно было установлено, что у металлов вблизи абсолютного нуля температуры энергоемкость изменяется не по закону Дебая, а по линейному закону как функция температуры. Классическая теория, основанная на теореме о равномерном распределении энергии по степеням свободы, не могла объяснить этот факт. У классической теории энергоемкости была и еще одна трудность: было необъяснимо, почему электронный газ в металлах (наряду с кристаллической решеткой) не вносит своего вклада в энергоемкость при комнатных температурах.

Все эти проблемы были разрешены в начале XX века, когда к энергетическим процессам в твердых тела применили идею Планка о дискретности изменения энергетического состояния структурных частиц твердого тела.

Первая квантовая теория энергоемкости была построена Эйнштейном в 1905 году. Он предложил следующую упрощенную модель твердого тела: твердое тело состоит из отдельных структурных частиц, которые совершают колебания около их положений равновесия с одной и той же частотой. В теоретических расчетах Эйнштейн использовал не классическую теорему о равномерном распределении энергии по степеням свободы, а формулу Планка, исходящую из предположения, что структурные частицы способны излучать или поглощать энергию порциями, наименьшая из которых равна  $hn$ .

Как было отмечено выше, расчет числа стоячих волн, возникающих внутри некоторой полости, справедлив не только для электромагнитных волн, но и для упругих волн, возникающих внутри твердого тела при возбуждении его структурных частиц. Поэтому, вслед за Эйнштейном, воспользуемся формулой (79). При этом учтем, что в твердом теле возможны не только поперечные упругие волны (их две в каждом направлении с взаимно перпендикулярными плоскостями колебаний), но и одна продольная упругая волна. Поэтому формула (79) переписывается так:

$$N = \frac{4}{3} \rho n^3 \left\{ \frac{1}{c_{\uparrow\uparrow}^3} + 2 \frac{1}{c_{\perp}^3} \right\} \quad (92)$$

Так как по Эйнштейну все частицы колеблются с одной и той же частотой, то их полная средняя энергия упругих (звуковых) колебаний в единице объема равна:

$$\bar{E} = \frac{4}{3} \rho n^3 \left\{ \frac{1}{c_{\uparrow\uparrow}^3} + 2 \frac{1}{c_{\perp}^3} \right\} \cdot \frac{hn}{\exp \frac{hn}{kT} - 1}. \quad (93)$$

Покажем, что формула (93) содержит закон Дюлонга – Пти, т.е. она удовлетворяет принципу соответствия. Действительно, если  $\frac{hn}{kT} \ll 1$ , то разлагая экспоненту в ряд Тейлора и ограничиваясь первыми двумя членами разложения, получим:

$$\bar{E} = \frac{4}{3} \rho n^3 \left\{ \frac{1}{c_{\uparrow\uparrow}^3} + 2 \frac{1}{c_{\perp}^3} \right\} \cdot kT,$$

откуда тотчас же следует закон Дюлонга – Пти:

$$C = \left( \frac{\partial \bar{E}}{\partial T} \right) = \text{Const.}$$

Теперь посмотрим, что происходит в теории Эйнштейна с энергоемкостью при понижении температуры. При  $T \rightarrow 0K$  в формуле (93) можно пренебречь единицей в знаменателе. Составляя выражение для энергоемкости от формулы (93), мы получим выражение, которое при понижении температуры будет стремиться к нулю (об этом свидетельствует и опыт). Однако закон убывания будет не степенной (закон Дебая), а экспоненциальный. Естественно сделать вывод о неверности теории Эйнштейна. Но этот вывод был бы слишком категоричен. Ведь выполняется принцип соответствия (для комнатных температур теория Эйнштейна приводит к закону Дюлонга – Пти). И при понижении температуры энергоемкость не остается постоянной, а убывает, но по другому закону, нежели устанавливается в эксперименте. Анализируя вышесказанное, можно утверждать, что использование формулы Планка оправдывает себя. Вместе с тем, Эйнштейн делает, видимо, слишком сильное упрощение, предполагая, что все структурные частицы в твердом теле колеблются с одной и той же частотой. Именно этот момент в теории Эйнштейна изменил Дебай, когда в 1912 году построил новую квантовую теорию энергоемкости твердых тел.

## Энергоемкость твердых тел. Теория Дебая

Американский физик Дебай уточнил модель твердого тела, сохранив при этом необходимость использование формулы Планка для средней энергии осцилятора. По Дебаю твердое тело представляется в виде непрерывной среды, в которой могут возникать всевозможные колебания от наименьшей (равной нулю) до некоторой максимальной, **числовой название частоты Дебая**. Кажется, что в модели Дебая пренебрегается структурностью вещества (твердое тело рассматривается как непрерывная среда). Чтобы устранить это противоречие, Дебай вводит дискретность путем подсчета полного числа колебаний:

$$N_s = \int_0^{n_{\max}} 4\pi n^2 \left( \frac{1}{c_{\uparrow\uparrow}^3} + 2 \frac{1}{c_{\perp}^3} \right) dn = \frac{4}{3} \pi n_{\max}^3 \left( \frac{1}{c_{\uparrow\uparrow}^3} + 2 \frac{1}{c_{\perp}^3} \right), \quad (94)$$

где  $N$  – число структурных частиц в твердом теле,  $s$ -число степеней свободы каждой частицы ( у одноатомных частиц – 3 степени свободы).

Рассчитаем среднюю энергию колебаний всех структурных частиц твердого тела, используя формулу Планка:

$$\bar{E} = \int_0^{n_{\max}} 4\pi n^2 \left( \frac{1}{c_{\uparrow\uparrow}^3} + 2 \frac{1}{c_{\perp}^3} \right) \frac{hn}{\exp \frac{hn}{kT} - 1} dn = \frac{3Ns}{n_{\max}^3} \int_0^{n_{\max}} \frac{hn^3}{\exp \frac{hn}{kT} - 1} dn. \quad (*)$$

Убедимся, что полученная формула (\*) содержит закон Дюлонга – Пти, т.е. выполняется принцип соответствия. Условие перехода нами было установлено ранее  $hn/kT \ll 1$ . Разлагая экспоненту в ряд Тейлора и ограничиваясь первыми двумя членами разложения, получаем:

$$\bar{E} = \frac{3Ns}{n_{\max}^3} kT \int_0^{n_{\max}} n^2 dn = NskT,$$

откуда, по определению,

$$C = \frac{d\bar{E}}{dT} = Nsk = Const.,$$

а это и есть закон Дюлонга – Пти.

Покажем, что в формуле (\*) содержится и закон Дебая – изменение энергоемкости при низких температурах пропорционально  $T^3$ . Рассмотрим интеграл:

$$\int_0^{n_{\max}} \frac{n^3}{\exp \frac{hn}{kT} - 1} dn. \quad (95)$$

Введем новую переменную:

$$\frac{hn}{kT} = x \Rightarrow n = \frac{kT}{h} x \Rightarrow dn = \frac{kT}{h} dx, \quad \frac{hn_{\max}}{kT} = x_{\max};$$

определим температуру Дебая следующим образом:

$$hn_{\max} = \kappa T_D,$$

очевидно температура Дебая определяет ту температуру твердого тела, при которой происходит возбуждение всех частот вплоть до максимальной .

Итак, опуская постоянные множители, вместо интеграла (95) получаем:



$$T^4 \int_0^{\frac{T_D}{T}} \frac{x^3}{e^x - 1} dx. \quad (96)$$

При низких температурах дробь  $\frac{T_D}{T} \rightarrow \infty$  и мы получаем несобственный интеграл, имеющий определенное числовое значение  $\frac{p^4}{15}$ . А все выражение для средней энергии можно кратко записать так:

$$\bar{E} \sim T^4.$$

Тогда, исходя из определения энергоемкости, для этой величины при низких температурах получаем закон Дебая:

$$C = aT^3.$$

Таким образом, используя идею Макса Планка, нам удалось объяснить поведение энергоемкости при понижении температуры вплоть до абсолютного нуля (для диэлектриков). Но в металлах, как свидетельствует эксперимент, вблизи 0К энергоемкость убывает пропорционально первой степени температуры. Эту аномалию в изменении энергоемкости металлов удалось объяснить только после создания квантовой механики и учета свойств электронного газа.

### Три вида статистик

Вся предыдущая статистическая физика была построена для так называемых классических частиц. Частицы считаются классическими, если они, даже будучи одинаковыми, всегда различимы. Формально это проявляется в том, что их можно занумеровать (замаркировать) разными индексами (буквами). Другой особенностью классических частиц является то, что они могут обладать одной и той же энергией в любом количестве. Другими словами, в одном и том же состоянии может находиться любое количество классических частиц. Представим сказанное в виде таблицы. Пусть имеется всего две классические частицы и два энергетических состояния. Разместим частицы по возможным состояниям так:

### Классические частицы

1-ое состояние	2-ое состояние
а	в
в	а
а в	-
-	ba

Как показывается в квантовой механике, одинаковые квантовые частицы неразличимы, поэтому мы занумеруем их одинаковыми индексами (буквами). Кроме того, все тождественные частицы в квантовой механике делятся на два класса, на бозонов и фермионов. У бозонов (к ним относятся фотоны, пи- мезоны, альфа-частицы и др.) квантовая характеристика – спин – целочисленный в единицах постоянной Планка (0,1,2...), у фермионов же (электроны, протоны, нейтроны и др.) спин измеряется в дробных единицах от постоянной Планка (1/2, 3/2...). Очевидно, что для двух сортов квантовых частиц следует построить свои статистики. Учтем при этом, что бозоны не подчиняются принципу Паули, поэтому в одном и том же состоянии могут находиться в любом количестве. Фермионы же подчиняются принципу Паули и поэтому в одном энергетическом состоянии может находиться только один фермион. Представим все сказанное о квантовых частицах в виде таблиц.

### Таблицы для квантовых частиц

#### Бозоны

1-ое состояние	2-ое состояние
а	а
-	-
а а	-
-	а а

#### Фермионы

1-ое состояние	2-ое состояние
а	а
-	-
-	-
-	-

Из анализа таблиц непосредственно следует, что для каждого сорта частиц необходимо строить свою статистику. До сих пор мы занимались статистикой классических части.

Построим статистики для бозонов и фермионов.

## Большое каноническое распределение

Выше было показано, что квантовые статистики должны отличаться от классической статистики Гиббса. Во первых, в квантовых системах существуют дискретные энергетические состояния (что мы учтем, введя индекс состояния); во-вторых, возможно изменение числа частиц в энергетическом состоянии, что приведет к изменению энергии данного состояния. В курсе “Термодинамика” была введена соответствующая физическая величина – химический потенциал, который определял величину энергии, сообщение (отнятие) которой системе изменяет число частиц на единицу. С учетом этих замечаний, запишем функцию распределения состояния системы, у которой может изменяться число частиц:

$$r_n = \exp \frac{j - E_n N_n + m N_n}{\Theta}. \quad (97)$$

Выражение (97) называется Большим каноническим распределением. Происхождение этого названия понятно: оно учитывает те дополнительные замечания, которые были высказаны выше и которые отличают статистики квантовых частиц от статистики классических частиц. С другой стороны, выражение (97) действительно является большим (общим) с точки зрения принципа соответствия: если в системе число частиц постоянно (формально при этом  $m = 0$ ) и энергетические состояния изменяются непрерывно (нужно опустить индекс у  $r$  и  $E$ , а произведение  $E_n N_n$  заменить одной величиной  $E$ ), то мы получим классическое распределение Гиббса:

$$r = \exp \frac{j - E}{\Theta}.$$

Воспользуемся формулой (97) и подсчитаем среднее число частиц  $\bar{N}_n$  в  $n$  состоянии :

$$\bar{N}_n = \sum N_n r_n = \sum N_n \exp \frac{j - E_n N_n + m N_n}{\Theta}. \quad (98)$$

Воспользуемся условием нормировки:

$$\sum r_n = 1 = \exp \frac{j}{\Theta} \sum \exp \frac{m N_n - E_n N_n}{\Theta},$$

откуда

$$\exp \frac{j}{\Theta} = 1 / \sum \exp \frac{m N_n - E_n N_n}{\Theta}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \bar{N}_n &= \frac{\sum N_n \exp \frac{m N_n - E_n N_n}{\Theta}}{\sum \exp \frac{m N_n - E_n N_n}{\Theta}} = \\ &= \frac{\Theta \frac{\partial}{\partial m} \sum \exp \frac{m N_n - E_n N_n}{\Theta}}{\sum \exp \frac{m N_n - E_n N_n}{\Theta}} = \Theta \frac{\partial}{\partial m} \ln \sum \exp \frac{m N_n - E_n N_n}{\Theta}. \end{aligned} \quad (99)$$

В начале курса, определяя смысл функции  $r$ , мы установили, что в одном из толкований этой величины утверждается, что она определяет число частиц в данном состоянии. Поэтому формулу (99) мы можем называть функцией большого канонического распределения. Исходя из (99), получим конкретный вид статистик как для бозонов, так и для фермионов.

### Вывод функции распределения для бозонов

Формулу (99) будем называть функцией распределения, в данном вопросе функцией распределения бозонов в состоянии  $n$  по различным энергиям в этом состоянии. Статистику для бозонов построили два ученых – Бозе и Эйнштейн, поэтому эту статистику называют статистикой Бозе – Эйнштейна, соответственно функцию распределения записывают так:  $r_{Б-Э}$ .

Итак,

$$r_{B-\varnothing} = \Theta \frac{\partial}{\partial m} \ln \sum_{N=0}^{\infty} \exp \frac{mN_n - E_n N_n}{\Theta}.$$

Одной из особенностей бозонов является то, что они не подчиняются принципу Паули. А это означает, что их число в любом состоянии ничем не ограничено. Распишем сумму в предыдущем выражении, меняя значение числа частиц:

$$r_{B-\varnothing} = \Theta \frac{\partial}{\partial m} \ln \left( 1 + \exp \frac{m-E}{\Theta} + \exp 2 \frac{m-E}{\Theta} + \exp 3 \frac{m-E}{\Theta} + \dots \right)$$

В скобках стоит сумма бесконечной геометрической прогрессии, ее нулевой член равен 1, а знаменатель прогрессии

$$q = \exp \frac{m-E}{\Theta}.$$

Тогда по табличной формуле

$$\sum_{N=0}^{\infty} \exp \frac{mN_n - E_n N_n}{\Theta} = \frac{a_0}{1-q} = \frac{1}{1 - \exp \frac{m-E_n}{\Theta}}.$$

Составляя логарифм этой суммы и беря производную по статистической температуре, получаем:

$$\begin{aligned} r_{B-\varnothing} &= -\Theta \frac{\partial}{\partial m} \ln \left( 1 - \exp \frac{m-E_n}{\Theta} \right) = -\Theta \frac{1}{1 - \exp \frac{m-E_n}{\Theta}} (-1) \frac{\exp \frac{m-E_n}{\Theta}}{\Theta} = \\ &= \frac{1}{\exp \frac{m-E_n}{\Theta} - 1} = r_{B-\varnothing}, \end{aligned}$$

или, опуская индекс  $n$ , окончательно запишем функцию распределения для бозонов так:

$$r_{B-\varnothing} = \frac{1}{\exp \frac{E-m}{\Theta} - 1}. \quad (100)$$

Выше мы отмечали, что к бозонам относятся элементарные частицы или их системы (атомы), суммарный спин которых измеряется в целых числах в единицах постоянной Планка.

Выясним, какой знак должен иметь химический потенциал  $\mu$  у бозонов. Для этого положим  $E=0$ . В этом случае формула (100) дает для функции статистического распределения отрицательное значение (если считать  $m > 0$ ), что бессмысленно по смыслу этой величины (кстати, эта функция совпадает со средним значением числа частиц в рассматриваемом состоянии, которое также не может быть отрицательным числом). Чтобы преодолеть возникшее затруднение, достаточно предположить, что у бозонов  $m \leq 0$ .

Покажем, что система бозонов обладает удивительным свойством, которое проявляется макроскопически, несмотря на то, что оно (это свойство) связано с чисто квантовой природой микроскопических частиц, образующих бозе – систему. Речь идет о так называемой “конденсации” бозе – газа.

### **“Конденсация” бозе – газа**

Бозоны, имеющие целочисленный спин в единицах постоянной Планка (фотоны, пи – мезоны, фононы – квазичастицы, сопоставляемые так называемым “нормальным” колебаниям, возникающих в твердых телах, атомы *He* и др.) не подчиняются принципу Паули. Поэтому для них нет запрета занимать в любом количестве одно и то же энергетическое состояние. Рассмотрим это свойство бозонов на примере поведения жидкого гелия. В 1908 году голландскому ученому Камерлинг – Оннесу впервые удалось превратить газообразный гелий в жидкость при  $T=4,2$  К. Оказалось, что жидкий гелий является чисто квантовой жидкостью и при нормальном давлении не отвердевает даже при охлаждении вплоть до абсолютного нуля температуры. Только при давлении в 25 атмосфер удалось получить твердый гелий. В 1938 году советский физик, будущий лауреат Нобелевской премии (1978г), академик, Герой социалистического труда Петр Капица обнаружил, что при температуре 2,19 К жидкий гелий теряет вязкость и может покинуть сосуд через любое малое отверстие. С другой стороны, в опытах по измерению вязкости при помощи крутильных колебаний маятника, получался отличный от нуля результат. Есть у гелия ниже указанной выше температуры

и другие необычные эффекты, например *термомеханический эффект*, заключающийся в том, что при вытекании гелия из сосуда по капилляру (при  $T < 2,19$  К) часть жидкости, оставшаяся в сосуде, нагревается.

В 1940 году крупнейший советский физик – теоретик, также будущий лауреат Нобелевской премии Лев Ландау дал объяснение необычным свойствам жидкого гелия при температуре ниже 2,19 К. Согласно теории Ландау, при  $T = 2,19$  К в гелии происходит фазовый переход второго рода, не требующий затраты энергии: гелий распадается на две фазы. He – 1 – это нормальная жидкость, состоящая из атомов с обычными свойствами, в том числе, эти атомы обладают вязкостью, т.е. взаимодействуют как между собой, так и со стенками сосуда. Другая часть – He-2 – это сверхтекучая фаза, состоящая из атомов, перешедших на самый нижний энергетический уровень. Этот процесс перехода и получил образное название “конденсации”, хотя гелий уже находится в жидком состоянии. Атомы гелия, будучи бозонами, перейдя на самое нижнее энергетическое состояние, перестают взаимодействовать как между собой, так и со стенками сосуда – ведь у них наименьшая энергия и отдать ее они уже не могут. Именно эта часть гелия вытекает из сосуда через любой капилляр, именно эта часть гелия, вытекая из сосуда, не забирает с собой внутреннюю энергию, а поэтому оставшийся в сосуде He – 1, имея меньшую массу, но ту же внутреннюю энергию, нагревается.

Аналогично объясняется и низкотемпературная сверхпроводимость, обнаруженная в 1911 году Камерлинг – Оннесом. Теория этого явления была построена в 1957 году тремя американскими физиками Купером, Бардиным и Шриффером. Для объяснения потери сопротивления электрическому току у ряда веществ, они предложили рассматривать в качестве носителей заряда не одиночные электроны, а их бозонную пару, у которой спин оказывается целым числом (в единицах постоянной Планка) – это так называемые “куперовские пары”. При охлаждении до определенной температуры, все электроны превращаются в бозонные пары и перестают взаимодействовать как между собой, так и с узлами кристаллической решетки, исчезает омическое сопротивление.

Следует отметить, что сверхпроводимость уже нашла свое практическое применение – обмотки электромагнитов в ускорителях элементарных частиц охлаждаются до сверхпроводящего состояния. Тем самым через обмотки удается пропустить больший по величине ток и устранить их нагрев (что и экономически выгодно). До сих пор свойство жидкого He – 2 еще не нашло практического применения.

В 1986 году была открыта высокотемпературная сверхпроводимость (фазовый переход совершается почти при комнатных температурах). Однако до сих пор теория этого явления не создана.