

## **Часть 2.**

### **Введение в общую теорию относительности**

#### **Слово к читателю**

Общая теория относительности (ОТО) - это современное физическое учение о природе и свойствах пространства, времени и тяготения. Её создателем является великий физик XX в. Альберт Эйнштейн.

Знакомство с ОТО необходимо не только для общего культурного развития, но и для формирования у читателя современной физической картины мира. ОТО имеет убедительное экспериментальное подтверждение. Выводы этой теории предсказывают поразительные астрофизические явления, связанные с возникновением и развитием Вселенной.

В последние десятилетия возрос интерес к ОТО, так как идеи, заложенные в ней А. Эйнштейном, оказались продуктивными не только в масштабах Вселенной, но и в микромире. ОТО переживает период активного развития, и много задач в ней не нашло еще своего решения. Это особенно важно знать тем, кто ищет область физики, которой они могли бы посвятить свою творческую жизнь.

Главное отличие данной книги от других, в которых рассказывается об ОТО, заключается в том, что она является учебным пособием. Однако, это не означает, что чтение не потребует сосредоточенности и размышлений, а в отдельных случаях - вычислений, хотя все выкладки в книге выполнены подробно.

Поскольку ОТО опирается на положения специальной теории относительности (СТО), то автор счел необходимым очень кратко изложить суть СТО (§2). И это несмотря на то, что Часть 1 книги посвящена этой теории. Думаю, что читатель одобрит это нужное повторение.

Как и Часть 1, данный раздел книги, посвященный "Введению в ОТО", рассчитан на учащихся старших классов, студентов и учителей.

## §1. Что такое “Общая теория относительности?”

В 1916 г. знаменитый уже к тому времени Альберт Эйнштейн (через 5 лет он получит Нобелевскую премию по физике - высшую международную награду за объяснение законов фотоэффекта и броуновского движения, сделанное им еще в 1905 г.) опубликовал последнюю из 15 работ, посвященных обобщению принципа относительности (равноправия систем отсчета при изучении физических явлений) на любые, в том числе и ускоренно движущиеся системы отсчета, которые получили название неинерциальных систем отсчета (НСО). Рассмотрение любых систем отсчета (СО) и дало А. Эйнштейну возможность назвать свою теорию ОБЩЕЙ теорией относительности (ОТО), чтобы отличить ее от ранее созданной теории - специальной теории относительности (СТО), в которой использовались лишь инерциальные системы отсчета (ИСО) (см. Часть 1 данной книги, которая посвящена детальному изложению СТО), а также следующий параграф этой части книги).

Однако, глубокий анализ содержания ОТО, проведенный, в частности, советскими физиками академиками В. Фоком, Л. Ландау, Я. Зельдовичем и др., показал, что ОТО все же не может претендовать на это название, так как она справедлива лишь в определенных границах и по сути дела является современным физическим учением о природе тяготения.

Со времен И. Ньютона, установившего закон взаимодействия тяготеющих масс, никто не мог объяснить природу тяготения. Понимая неразрешимость для него этой задачи, Ньютон выразил это такой фразой: “Гипотез я не выдвигаю”. Общая теория относительности - одно из возможных решений этой проблемы. В настоящее время это единственное, отличное от ньютоновского, учение, не только описывающее, но и объясняющее свойства тяготения. И самое удивительное то, что в ОТО нет СИЛ тяготения, а под гравитационным полем понимается особое состояние пространства и времени. Пояснению этих утверждений и будет посвящена данная книга.

В теории А. Эйнштейна были сделаны важные предсказания, одно из которых было обнаружено экспериментально уже через

три года в 1919 г.: английский астроном А. Эддингтон, наблюдая полное солнечное затмение, обнаружил отклонение световых лучей от прямолинейности при прохождении вблизи больших тяготеющих масс (в данном случае, вблизи Солнца). А. Эддингтон наблюдал звезды, которые находились за краем солнечного диска и при прямолинейном распространении света не могли быть видимы.

ОТО предсказала ряд астрофизических явлений и тем самым оказалась тесно связанной с космологией (наукой о законах строения и развития Вселенной).

Был период “охлаждения” к ОТО, но, начиная с 60-х гг. нашего века, сотни (а может быть, и тысячи) физиков во всем мире снова обратили свой взор на ОТО А. Эйнштейна. Идеи, заложенные в этой теории ее автором, оказались благотворными не только в масштабах космоса, но и в микромире. Можно сказать, что ОТО переживает новый период активного развития. И это важно знать тем, кто хочет связать свою творческую жизнь с физикой.

В обращении “Слово к читателю” было сказано, что в ОТО А. Эйнштейн “отталкивался” и “опирался” на выводы СТО. Не претендуя на полноту изложения (более подробно и последовательно см. Часть 1 данной книги), сформулируем основные положения специальной теории относительности.

## **§2. Что такое СТО?**

Родоначальником классической физики заслуженно считаются Г. Галилей (1564-1642) и И. Ньютон (1643-1727). Именно Галилей установил то, что мы называем принципом относительности классической физики. Он же сформулировал закон инерции, который впоследствии Ньютон включил в постулаты своей механики и назвал его первым законом.

Принцип относительности Галилея утверждает равноправие всех ИСО при изучении механических явлений, физическую неразличимость состояния равномерного прямолинейного движения и покоя. Тем самым отрицается возможность с

помощью наблюдения механических процессов обнаружить абсолютный покой или абсолютное движение. Но зачем так важно обнаружить эти абсолютные состояния? Дело в том, что согласно утверждениям Ньютона, на которых основывается классическая механика, пространство считается вместилищем, “ящиком” для всего существующего. И относительно “стенок” ящика, его границ движение и покой имеют абсолютный характер. Система отсчета, связанная с “ящиком”, является абсолютной, отличающейся от всех остальных ИСО, которые движутся относительно нее.

Время по Ньютону также существует само по себе, оно не связано ни с пространством, ни с материальными телами, находящимися в этом пространстве. Его ход абсолютен, равномерен во всех ИСО. Но человеческому повседневному опыту доступно наблюдать только относительное движение и покой (перемещение по отношению к другим телам), измерение лишь относительных промежутков времени, непосредственной длительности каких-либо явлений или процессов.

Однако, чтобы представления Ньютона о пространстве и времени рассматривались как научные (а не умозрительные), необходимо было найти экспериментальное подтверждение существования абсолютных движений и времени. Так как механические процессы не могли быть использованы (об этом говорит принцип относительности Галилея), то физики обратились к наблюдению других явлений - электрических, магнитных, световых и т.д. Не останавливаясь на истории этого вопроса (см. Часть 1 данной книги), на многочисленные поиски абсолютных эффектов, укажем только, что к концу XIX в. физика в этом вопросе оказалась в тупиковом положении: абсолютное движение и покой, абсолютный ход времени не обнаруживались. Под сомнение становилось учение Ньютона о свойствах пространства, времени и движения. Но ведь эти представления составляли фундамент классической физики! Следовательно, вся физика переживала кризис.

Радикальное решение проблемы сделал А. Эйнштейн в 1905 г.: на основе анализа накопившихся фактов он пришел к выводу, что

никакими опытами нельзя обнаружить абсолютное движение и покой, абсолютный ход времени, так как они вообще *не существуют*.

В основу своих рассуждений, на базе которых возникла новая физическая теория - специальная теория относительности, А.Эйнштейн положил два постулата, которые следуют из опытных фактов.

**Первый постулат:** *нельзя обнаружить абсолютное движение или покой инерциальной системы отсчета, наблюдая внутри нее любое физическое явление.* Другими словами, *все физические процессы во всех ИСО при одинаковых условиях протекают одинаково, законы природы во всех ИСО действуют одинаково.* Одновременно А. Эйнштейн вводит в науку представление о материальности электромагнитного поля, в том числе и света. До этого электромагнитное поле рассматривалось как особое состояние специфической среды, заполняющей все мировое пространство и с которой можно было бы связать абсолютную СО - электромагнитного эфира. Но ни в одном опыте эфир не удавалось обнаружить. Признавая материальность электромагнитного поля, Эйнштейн отказывается от использования эфира как носителя электромагнитных волн.

**Второй постулат** утверждает, что *скорость электромагнитных волн в вакууме не зависит от скорости движения источника волн или их приемника. Эта скорость оказывается предельной для передачи информации.*

Исходя из этих постулатов, Эйнштейн показал, что в отличие от классической физики, которая основана на принципе дальнего действия (бесконечно быстрой передачи взаимодействия-информации), новая физика исходит из принципа ближнего действия-передачи взаимодействия от точки к точке с конечной скоростью, максимальной в вакууме.

Из постулатов Эйнштейна следовало, что ряд физических величин, которые в механике Ньютона считались абсолютными (во всех ИСО эти величины имели соответственно одно и то же численное значение), на самом деле являются относительными, т.е. численное значение, например, длины, длительности, силы и т.д., зависит от условий измерения этих величин.

Опираясь на постулаты, Эйнштейн выводит новые формулы преобразования координат и времени при переходе от одной ИСО, движущейся относительно первой со скоростью  $v$ :

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (2.1)$$

Из этих формул, называемых формулами Лоренца, следует не только относительность координат, но и времени, это принципиально новый результат, полученный в СТО.

При выполнении условия  $\frac{v}{c} \ll 1$  соотношения (2.1) переходят в известные классические формулы преобразования координат и времени - формулы Галилея:

$$x' = x - vt; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = t. \quad (2.2)$$

Четвертая формула Галилея утверждает, что время во всех ИСО течет одинаково, т.е. ход времени абсолютен, абсолютны временные промежутки. Иначе обстоит дело в СТО (см. 4-ю формулу Лоренца!).

Условие  $\frac{v}{c} \ll 1$  определяет границы применимости классических представлений. В этом проявляется один из важнейших принципов современной физики - принцип соответствия: всякая более общая физическая теория включает в себя предшествующую как частный случай.

Из формул (2.1) можно получить выражения, показывающие относительность длины и промежутков времени:

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}; \quad \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (2.3)$$

где величины, имеющие индекс “0”, измерены в той ИСО, в которой предмет и часы неподвижны; величины  $l$  и  $t$  измерены из той ИСО, относительно которой тело и часы движутся. Величины  $l_0$  и  $\Delta t_0$  являются абсолютными, инвариантными величинами в СТО. Неверно расхожее утверждение, что “СТО все сделала

относительным”. Не может существовать физическая теория, в которой нет абсолютных, инвариантных величин. Именно такие величины определяют нечто, что не изменится даже после уточнения теории. На инвариантах базируется основное содержание и СТО. Такой инвариантной (абсолютной, одинаковой) во всех ИСО величиной является и скорость электромагнитных волн (света) в вакууме.

Наряду с указанными выше инвариантами СТО, в ней вводятся и новые инвариантные величины. Одной из таких величин является *интервал*, который связывает пространственные и временные характеристики двух разноместных и одновременных событий (обратим внимание на то, что сами эти характеристики - относительные величины!). Интервал вводится при помощи следующего выражения:

$$S^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2, \quad (2.4)$$

где индексы 1,2 относятся к двум рассматриваемым событиям.

Для бесконечно близких событий формула (2.4) запишется так:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2. \quad (2.5)$$

Совокупность четырех величин  $x, y, z, t$  определяет положение события в едином пространстве-времени - мировую точку. Мы говорим о едином пространстве-времени, так как изменилось содержание времени, это следует из формул (2.1), где видна тесная связь пространства и времени. В СТО говорят о четырех-мерности мира, имея в виду, что для описания события необходимо задание всех четырех величин  $x, y, z$  и  $t$ . Благодаря изменению хотя бы одной из этих величин, происходит изменение положения мировой точки в четырехмерном пространстве-времени. Последовательное перемещение мировой точки события составляет мировую траекторию. В СТО говорят о четырехмерной геометрии Минковского, по имени ученого, который ввел такие обозначения для координат и времени:

$$x_1 = x ; x_2 = y ; x_3 = z ; x_4 = ct \text{ (или } x_4 = t).$$

В отличие от трехмерной геометрии - геометрии Евклида, которую называют “плоской” (в этой геометрии справедлива трехмерная теорема Пифагора  $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$ , с коэффициентами,

равными 1 у каждого квадратного члена), геометрию СТО (геометрию Минковского) также называют “плоской”, так как формула (2.5) внешне напоминает теорему Пифагора в четырехмерном пространстве-времени, но из-за наличия у четвертого члена в формуле (2.5) другого знака, чем у первых трех, эту геометрию называют “псевдоевклидовой”.

И в евклидовой и в псевдоевклидовой геометриях справедливы постулаты Евклида, в том числе и утверждение, что кратчайшим расстоянием между двумя точками является прямая. Так как определение прямой связывается с траекторией светового луча, то в этом обнаруживается связь геометрии и физики. В определении инвариантного интервала между двумя близкими точками

$$dR^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

и между двумя близкими мировыми точками

$$dS^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$$

содержится вся суть “плоской” геометрии (и евклидовой и псевдоевклидовой). Впервые на это свойство интервала обратил внимание знаменитый математик XIX в. Бернхард Риман (1826-1866) в его знаменитой лекции “О гипотезах, лежащих в основаниях геометрии” (1854 г.), в которой говорилось о том, что заданием расстояния между двумя близкими точками может быть определена геометрия пространства.

Знание четырехмерного интервала между двумя событиями позволяет определить, имеется ли между этими событиями причинно-следственная связь или между этими событиями не может быть такой связи ни в одной ИСО. В классической механике, в которой предполагалось существование бесконечной скорости передачи взаимодействия, между всеми событиями должна была быть причинно-следственная связь. Только СТО установила в этом вопросе принципиально новое: если  $S^2 > 0$ , то между данной парой событий ни в одной ИСО не может быть причинно-следственной связи; если же  $S^2 < 0$ , то между данной парой событий может существовать причинно-следственная связь.

Взамен формулы 2-го закона Ньютона, СТО вывела новую формулу движения материальной точки:



$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left[ \mathbf{F} - \frac{\mathbf{v}}{c^2} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}) \right] \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (2.6)$$

Если величину  $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$  рассматривать как ускорение движения тела, то из анализа правой части выражения (2.6) следует (в отличие от утверждения классической механики), что ускорение тела **не всегда** совпадает по направлению с направлением действующей силы.

Но чрезвычайно важным выводом, полученным А. Эйнштейном в СТО, является установление взаимосвязи между двумя фундаментальными характеристиками вещественного тела, между его массой и энергией в покое:

$$E_0 = m \cdot c^2 \quad (2.7)$$

Для движущегося тела формула взаимосвязи принимает более сложный вид:

$$E = mc^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (2.8)$$

В СТО рассматриваются и такие физические объекты, которые не обладают массой (фотон, гравитон), в этом случае пользуются другой формулой, из которой формула (2.7) получается как частный случай:

$$E = [(m \cdot c^2)^2 + p^2 \cdot c^2]^{1/2}, \quad (2.9)$$

где  $p$  - импульс физического объекта.

Из предыдущего непосредственно следует, что в СТО отсутствует закон сохранения массы. С другой стороны, вместо двух самостоятельных законов сохранения - энергии и количества движения, в СТО устанавливается единый закон сохранения энергии-импульса.

СТО является фундаментом современной физики и лежит в основе всех новейших физических теорий, ее выводы подтверждены экспериментально (достаточно упомянуть о высвобождении внутриядерной энергии, что теоретически было предсказано на основании формулы (2.7)).

Однако, не указывая на некоторые трудности, имеющиеся в самой теории, укажем на ограниченность СТО: эта теория

справедлива только в инерциальных системах отсчета. Кроме того, рассматривая однородное и изотропное пространство и однородное время, СТО автоматически не учитывает существование гравитации, которая изменяет указанные выше свойства пространства и времени. Связав между собой пространство и время (см. формулы Лоренца (2.1)), СТО не учла влияния на них материальных тел.

Именно эти и другие недостатки СТО привели А. Эйнштейна к необходимости обобщить созданную им теорию, что и было им выполнено в период с 1907 по 1916 гг. Новая физическая теория получила название **общей теории относительности**, которая, по сути дела, оказалась релятивистской теорией тяготения.

Но прежде чем перейти к изложению этой теории, рассмотрим кратко развитие представлений о том физическом явлении, которое мы называем тяготением.

### **§3. Развитие учения о тяготении**

Еще в древнем мире люди, наблюдая падение тел на Землю, задумывались над причиной этого явления. Великий греческий ученый и философ Аристотель (384-322 г. до н.э.) утверждал, что “падающие тела движутся без воздействия посторонних тел или без воздействия на них какой-либо силы. Это движение является естественным, а не насильственным. Причина его лежит в самих тяжелых телах, которые всегда стремятся занять свое место, находящееся на Земле”. Аристотель утверждал, что скорость, которую приобретают тела, падая на Землю, зависит от веса этого тела и пропорциональна ему. Другой ученый древнего мира Птолемей (2-й век до н.э.), построивший геоцентрическую модель мира, утверждал, что на падение тел влияет движение планет вокруг Земли как вокруг центра.

Новую картину мира предложил польский ученый Николай Коперник (1473-1543гг). По Копернику, в центре мира находится не Земля, а Солнце, вокруг которого обращаются пять известных к тому времени планет (Меркурий, Венера, Марс, Юпитер, Сатурн) и Земля, которая также является планетой.

Наибольшее влияние на развитие физики, заложив ее основы, оказал итальянский ученый Галилей (1564-1642гг.). Впервые в основу научных гипотез Галилей положил *опыт, эксперимент*, который не только позволял многократно повторять наблюдение явления, но и, что самое главное в методе Галилея, получать количественные характеристики этого явления. Именно таким путем Галилей решил проверить, что “скорость падающего на Землю тела зависит от его веса”. Суть опытов такова. С достаточно высокой и наклонной башни, находящейся в г. Пизе (Италия), Галилей бросал различные тела и обнаружил, что все они независимо от формы, состава и веса достигают Земли приблизительно в одно и то же время. Из этих же опытов Галилей сделал вывод, что движение падающих тел является равноускоренным.

Ход его мыслей и действий был следующий. Если тело падает равноускоренно, рассуждал Галилей, значит его скорость  $v$  будет возрастать прямо пропорционально времени  $t$ , которое нужно отсчитывать от начала падения тела. Поэтому необходимо опытным путем проверить выполнение соотношения  $v \sim t$ . Однако, во времена Галилея не было не только таких приборов, как спидометры, но не было даже часов в нашем понимании (“ходики” и пружинные часы были изобретены позже). Поэтому ученый избрал иной путь проверки соотношения  $v \sim t$ . Галилей рассуждал так: если движение тела происходит по такому закону, то при этом путь  $l$ , пройденный за время  $t$ , будет пропорционален квадрату времени  $l \sim t^2$ . Зависимость же  $l \sim t^2$  проверить значительно легче, для чего необходимо измерить пути, пройденные за определенные промежутки времени. Для измерения промежутков времени был использован древнейший способ: измерение количества воды, которое вытекло из сосуда за время наблюдения. Из большого ведра, в дне которого сделано малое отверстие, закрытое в начале опыта пробкой, вода вытекала в другой сосуд. По количеству вытекшей воды можно определить время, в течение которого тело свободно падало. Но вертикальное падение происходило слишком быстро. Поэтому Галилей заменил свободное падение на движение по наклонной

плоскости, которое во столько раз медленнее свободного падения, во сколько раз высота наклонной плоскости меньше ее длины. Многократно проводя эксперимент, беря разные расстояния по наклонной плоскости, Галилей подтвердил свои логические рассуждения: пройденный путь при равноускоренном движении действительно оказался пропорциональным квадрату времени движения. Меняя угол наклона плоскости, по которой скатывался латунный шар, Галилей пришел к выводу, что и при свободном падении (угол наклона равен  $90^{\circ}$ !) будет выполняться установленный закон, что движение тел при свободном падении является равноускоренным. Продолжая свои опыты, ученый изучает движение тел, брошенных горизонтально или под некоторым углом к горизонту. В это же время Галилей устанавливает законы колебательного движения тела, подвешенного на нити (сейчас мы такое тело называем математическим маятником). Во всех рассмотренных движениях Галилей усматривает проявление притяжения к Земле. Вместе с тем, не понимая природы тяготения, он не смог понять, что и приливы, и отливы в морях и океанах обусловлены той же причиной, что и падение тел, участие в возникновении приливов и отливов Луны Галилей отрицал.

Огромное влияние на развитие физики оказал французский ученый Рене Декарт (1596-1650), с полным основанием его можно считать основателем того направления в науке, которое в конце XIX в. стали называть “теоретической физикой”. Но и для Декарта тяготение было непознаваемо. Логически рассуждая, он пытался объяснить падение тел не притяжением к Земле, а воздействием специфической жидкости - флюида: при опускании тела (приближении к Земле) равный объем флюида поднимается от поверхности Земли наподобие того, что происходит с перемещением тела в жидкости.

В 1619 г. немецкий астроном Иоганн Кеплер (1571-1630), анализируя огромный экспериментальный материал, накопленный датским астрономом Тихо Браге по наблюдению движений Марса и Юпитера, сформулировал три закона движения планет солнечной системы.

*1-й закон: планеты движутся вокруг Солнца по эллиптическим орбитам, в одном из фокусов которых и находится центральное светило.*

*2-й закон: радиусы-векторы, проведенные из Солнца к планетам, за каждую единицу времени описывают одинаковые площади.*

*3-й закон: квадраты периодов обращения планет относятся как кубы средних расстояний их от Солнца.*

Именно эти законы послужили началом для установления закона Всемирного тяготения. Но для этого потребуется еще несколько десятков лет.

В этот период французский ученый Роберваль (1646) высказывает гениальную для своего времени догадку, что тяготение является общим свойством всех тел (забегая вперед, скажем, что впоследствии мы будем воздавать должное Ньютону за то, что он распространит действие своего закона на всю Вселенную).

Другой французский ученый Борель (1666), признавая законы Кеплера, пытается объяснить, почему планеты не падают на Солнце: дело в том, что планеты ... движутся (правда, он еще не знает, что это возможно лишь при определенной скорости движения небесного тела. Так, замедлившийся искусственный спутник Земли начнет приближаться к поверхности планеты).

В 1673 г. голландский физик Христиан Гюйгенс (1629-1695) выводит формулу центростремительного ускорения, которая впоследствии будет использована Ньютоном для проверки закона Всемирного тяготения. Причиной же движения планет является не сила притяжения к Солнцу, а другая, направленная по касательной к траектории, природу которой он объяснить не мог.

В эти же годы английский физик Роберт Гук (1635-1703) из анализа известных фактов, в том числе законов Кеплера, вплотную подошел к установлению природы тяготения. Он утверждал, что все тела тяготеют друг к другу и силы тяготения тем больше, чем больше массы этих тел и чем ближе они располагаются друг к другу. Однако, количественного выражения для силы тяготения Роберт Гук не получил.

20 лет проблемой тяготения занимался великий английский физик Исаак Ньютон (1643-1727). Продолжительность работы была связана с тем, что его расчеты давали величины, даже грубо не совпадающие с экспериментальными данными. Но к 1684 г. были уточнены необходимые для расчетов величины - радиус Земли и среднее расстояние от Земли до Луны. И тогда перерасчет дал хорошее совпадение теоретических и экспериментальных величин. Этот год и принимается за дату открытия закона Всемирного тяготения. Ньютон начал с того, что рассмотрел движение Луны вокруг Земли. Согласно формуле Гюйгенса для центростремительного ускорения ускорение Луны равно  $a_l = \omega^2 R$ , где  $\omega$  -угловая скорость вращения Луны,  $R$  - радиус ее орбиты.

Составим отношение центростремительных ускорений двух тел, одно из них пусть находится на поверхности Земли, вторым телом будет Луна.

Тогда  $a_3 = \omega_3^2 R_3$ ,  $a_l = \omega_l^2 R_l$  и отношение этих равенств

$$\frac{a_3}{a_l} = \frac{w_3^2 R_3}{w_l R_l}. \quad (*)$$

Т.к.  $w = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}$ , то  $\frac{w_3}{w_l} = \frac{T_l}{T_3}$  или  $\frac{w_3^2}{w_l^2} = \frac{T_l^2}{T_3^2}$ .

Подставим полученное значение отношения квадрата угловых скоростей в формулу (\*):

$$\frac{a_l}{a_3} = \frac{T_l^2 R_3}{T_3^2 R_l}.$$

Воспользуемся 3-им законом Кеплера, согласно которому

$$\frac{T_3^2}{T_l^2} = \frac{R_3^3}{R_l^3}.$$

Объединяя последние два равенства, окончательно получаем

$$\frac{a_3}{a_l} = \frac{R_l^2}{R_3^2}.$$

Из этого соотношения Ньютон делает вывод, что центростремительное ускорение, приобретаемое телом под действием центральной силы - силы тяготения, обратно пропорционально квадрату расстояния тела до источника тяготения.

Следующий шаг в выводе закона тяготения был такой. Все тела на Земле падают с одним и тем же ускорением независимо от их массы (этот факт установил еще Галилей). По второму закону механики, которую построил сам Ньютон, ускорение определяется по формуле:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Но если ускорение не зависит от массы тела, значит сама сила  $F$  должна быть прямо пропорциональна этой массе. Отсюда получаем, что сила тяготения  $F \sim m$ . Объединяя оба вывода, которые Ньютон получил, анализируя движение Луны вокруг Земли, получаем общее выражение для закона Всемирного тяготения:

$$F_{\text{тяг}} \sim \frac{m}{R^2}.$$

Но так как по третьему закону механики сила действия Земли на Луну и противодействия Луны на Землю численно равны друг другу, то сила тяготения должна быть пропорциональна массам и Земли, и Луны, обоих тяготеющих тел.

Итак, сила тяготения между двумя телами будет пропорциональна произведению масс тяготеющих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними (тела рассматриваются как материальные точки. Кстати, и законы механики тоже справедливы для материальных точек!):

$$F_{\text{тяг}} \sim \frac{m_1 \cdot m_2}{R_{1-2}^2}.$$

Гениальность И. Ньютона проявилась в том, что он распространил действие установленного им закона тяготения на все тела Вселенной, в том числе и на находящиеся на Земле.

Именно поэтому закон тяготения получил название закона Всемирного тяготения. Чтобы написать закон в виде равенства, вводится коэффициент пропорциональности  $G$  - гравитационная постоянная. Тогда

$$F_{\text{тяг}} = G \frac{m_1 \cdot m_2}{R_{1-2}^2}. \quad (3.1)$$

Коэффициент  $G$ - это наименованная величина, это связано с тем, что для всех остальных величин, входящих в формулу (3.1), уже были выбраны единицы измерения, которые вместе не дают наименование силы, а в физике можно приравнивать только однородные величины (!). При этом негласно считается, что в формуле (3.1) стоит та же масса, которая фигурирует в формуле 2-го закона механики. Этот факт (равенство масс, входящих в разные законы) в классической физике принимался как данный и не вызывал особого возражения. Тем более (о чем речь будет идти дальше) во множестве точнейших опытов (с точностью до  $10^{-12}$ ) не обнаруживалось различие этих величин. Однако, к этому удивительному совпадению масс инертной и гравитационной (т.е. тех масс, которые входят в два закона природы - 2-ой закон механики и закон Всемирного тяготения) иначе подошел “Ньютон XX в.” - Альберт Эйнштейн. И его подход к этому факту привел к созданию новой физической теории - общей теории относительности - современной релятивистской теории пространства, времени и тяготения.

Дополним наш очерк некоторыми важными сведениями. Обратим внимание на то, что сила тяготения направлена к центру тяготения, т.е. по отношению к направлению радиуса-вектора, проведенному от центра тяготения к месту расположения притягиваемого тела, имеет противоположное направление. Это означает, что при векторной записи силы притяжения необходимо поставить знак “-” в правой части равенства:

$$\mathbf{F}_{1-2} = -G \frac{m_1 \cdot m_2}{R_{1-2}^2} \frac{\mathbf{R}_{1-2}}{R_{1-2}}. \quad (3.2)$$



Установленный нами факт имеет общефизическое значение: **всякая сила притяжения - отрицательная величина**. Но в школьной практике, как правило, знак “-” у величины силы опускается (если это, конечно, не влияет на решение задачи) и рассматривается только абсолютное значение силы взаимодействия тяготеющих тел (или электрических зарядов).

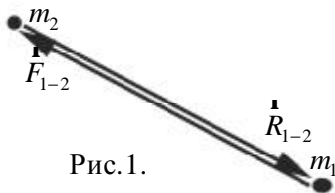


Рис.1.

В XVIII - XIX вв. ньютоновская теория тяготения была признана всеми физиками и нашла практическое применение. Поскольку в формулу закона тяготения не входит время, то это толковалось как утверждение, что сила тяготения передается на любые расстояния мгновенно. Как и вся классическая механика (механика, основанная на законах Ньютона), теория Ньютона о силе тяготения - это теория, основанная на принципе дальнего действия (мгновенности передачи действия или информации на любое расстояние).

В трудах знаменитых физиков и математиков этого времени (Эйлер, Лагранж, Лаплас и др.) закон Всемирного тяготения успешно применялся для объяснения движения планет и комет солнечной системы. Лаплас вводит еще одну характеристику гравитационного поля, которая формально напоминает напряженность электростатического поля. Действительно, если напряженность электростатического поля определяется по формуле

$$E = \frac{F}{q},$$

то напряженность гравитационного поля в данной точке определяется аналогично:

$$\frac{F_{1-2}}{m_2} = g = \frac{Gm_1}{R_{1-2}^2}. \quad (3.3)$$

Но эта величина, как легко установить, является не чем иным, как ускорением свободного падения. Таким образом, у величины

$g$  имеется два толкования: 1) это ускорение свободного падения тел, находящихся на данном расстоянии от центра Земли (естественно, в этом случае под  $m_1$  подразумевается масса Земли  $m_1 = m_2$ ); 2) это напряженность гравитационного поля в данной его точке. Однако, как и в электростатике (до Фарадея), так и в теории тяготения (до Эйнштейна) упоминание о “поле” имеет формальный, математический, а не физический характер, так как промежуточная среда никакой роли не играла как в передаче электрического, так и гравитационного взаимодействия, эти взаимодействия передавались на любое расстояние мгновенно.

Вершиной успеха ньютоновской теории тяготения было предсказание французским астрономом Леверье в 1846 г. существования еще одной планеты в солнечной системе (то же предсказание независимо было сделано и другим ученым - Адамсом). Вскоре за планетой Уран, движение которой отклонялось от “указания” закона тяготения, была обнаружена новая планета - Нептун (Галле, 1846 г.).

Другие небольшие нарушения предсказаний закона тяготения удавалось устранить, внося некоторые обоснованные поправки. Например, за столетнее наблюдение за Луной обнаружили, что она оказалась на два своих диаметра впереди, нежели ей полагалось быть по расчетам. Анализ показал, что в этом факте “виновата” сама Земля: из-за приливного трения Земля замедляет свое движение.

Но было еще одно явление, которое не находило объяснения, - это вращение перигелия планет, которое тем больше, чем ближе планета находится к Солнцу. Так, у Меркурия за сто лет перигелий смещается на угол в  $40^\circ$ .

Как догадывается читатель, этот эффект, как и некоторые другие, которые не были объяснены теорией Ньютона, объяснила общая теория относительности А. Эйнштейна.

Но прежде чем перейти к изложению основ теории Эйнштейна, рассмотрим более детально величину  $G$  - гравитационную постоянную, ее значение для практических целей, методы ее определения. Она потребуется нам и при построении теории тяготения А. Эйнштейна - общей теории относительности.